

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Инженерная геометрия и компьютерная графика»

ИНЖЕНЕРНАЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА  
Часть 1

Методические указания

Ростов-на-Дону  
ДГТУ  
2023

УДК 514.18

Инженерная и компьютерная графика, часть 1: методические указания / сост. Ю.Н. Бандура, Н.В. Ковалева, Д.А. Пашян, А.В. Федорова. – Ростов-на-Дону: Донской государственный технический университет, 2023. - 20 с.

Методические указания содержат индивидуальные задания и теоретические положения к выполнению контрольной работы по дисциплине. Предназначены для обучающихся направлений подготовки 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов.

УДК 514.18

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Инженерная геометрия и компьютерная графика», д-р техн. наук, доцент А.В. Замятин

---

В печать \_\_\_\_ . \_\_\_\_ . 2023 г.  
Формат 60x84/16. Объем \_\_\_\_ усл.п.л.  
Тираж \_\_\_\_ экз. Заказ № \_\_\_\_.

---

Издательский центр ДГТУ  
Адрес университета и полиграфического предприятия:  
344000, г. Ростов-на-Дону, ул. Гагарина, 1

© Донской государственный  
технический университет, 2023

В процессе изучения дисциплины обучающиеся по заочной форме обучения выполняют 2 контрольные работы.

Каждая контрольная работа состоит из нескольких задач, часть из которых выполняется по индивидуальным вариантам. Вариант должен соответствовать последней цифре шифра.

Каждая задача выполняется на отдельном формате чертежной бумаги преимущественно формата А4 и частично - А3. Рекомендации по выбору формата А3 даны в комментариях к задачам. Если о формате не говорится ничего, следует применять формат А4. Поле чертежа ограничивается рамкой: слева - 20 мм от обреза листа, с других трех сторон - 5 мм. Внизу, вплотную к рамке (для формата А3 - в правом нижнем углу), помещается основная надпись размером 15х185 (рис.1).

ДГТУ	ЗС - 191 -	340058	К.Р. №..., З.№...	Иванов А.П.
Название университета	Номер группы	Шифр	Номер контрольной работы	Номер задачи
				Ф.И.О. студента

Рис.1

Все чертежи должны быть оформлены в соответствии с требованиями ГОСТов ЕСКД. Надписи и буквенно - цифровые обозначения на листах и в основной надписи должны выполняться стандартным шрифтом. Для придания наглядности решению желательно обводить: исходные данные - черным; линии построения - синим, зеленым; искомые линии, являющиеся окончательным решением, - красным. Все линии графических построений должны сохраняться. Не принимаются чертежи неаккуратные, неправильно оформленные, без четких графических построений.

Контрольные работы представляется в сброшюрованном виде и оформляются титульным листом с выходными данными студента.

Работы должны быть защищены автором до зачета.

**Контрольная работа №1** содержит три раздела:

**Первый раздел:** решение позиционных и метрических задач без применения методов преобразования проекций (задачи 1 - 4).

**Второй раздел:** метод замены плоскостей проекций (задачи 5 - 7).

**Третий раздел:** поверхности, их пересечение с прямой, плоскостью, а также между собой (задачи 8 - 13).

### Содержание задач

#### Первый раздел.

Данные для выполнения задач 1 - 7 следует брать из табл.1 в соответствии с вариантом. Координаты точек даны в мм.

1. Построить эпюры точек А, В, С, D. Через точку А провести горизонталь  $h$  под углом 45 градусов к фронтальной плоскости проекций. Отложить на построенной горизонтали от точки А отрезок, равный 50мм. Через точку В провести фронталь  $f$  под углом 30 градусов к горизонтальной плоскости проекций. Отложить на построенной фронтале от точки В отрезок, равный 40мм. Через точку С провести прямую общего положения и определить углы ее наклона к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций.

2. Определить расстояние от точки С горизонтали. Построить точку N, симметричную точке С относительно фронтале ( данные взять из задачи 1).

3. Определить точку пересечения прямой общего положения (произвольной) с плоскостью треугольника ABC.

4. Определить расстояние от точки D до плоскости, заданной точками А, В, С.

**Второй раздел.** Методом замены плоскостей проекций решить задачи 5 -7.

Ввиду громоздкости построений исходные данные к этим задачам рекомендуется вычерчивать в масштабе уменьшения и использовать формат А3.

5. Определить расстояние от точки А до прямой общего положения (данные взять из задачи 1).

6. Определить расстояние от точки D до плоскости, заданной точками А, В, С.

7. Определить натуральную величину треугольника ABC.

Таблица 1

Вари- ант	Точки	X	Y	Z	Вари- ант	Точки	X	Y	Z
1	A	140	50	40	6	A	40	80	20
	B	70	40	10		B	130	20	15
	C	90	130	100		C	170	95	100
	D	130	130	0		D	70	35	110
2	A	150	40	80	7	A	150	60	20
	B	80	120	120		B	60	30	120
	C	20	80	40		C	20	130	60
	D	115	20	130		D	120	120	120
3	A	160	90	100	8	A	170	40	30
	B	90	20	10		B	120	10	110
	C	30	130	90		C	40	90	70
	D	130	125	15		D	80	30	30
4	A	160	60	30	9	A	120	130	40
	B	110	90	140		B	90	40	100
	C	30	10	90		C	10	80	20
	D	50	110	30		D	70	40	20
5	A	150	30	60	0	A	170	80	20
	B	70	25	100		B	80	20	10
	C	40	120	20		C	30	120	120
	D	80	30	20		D	150	20	110

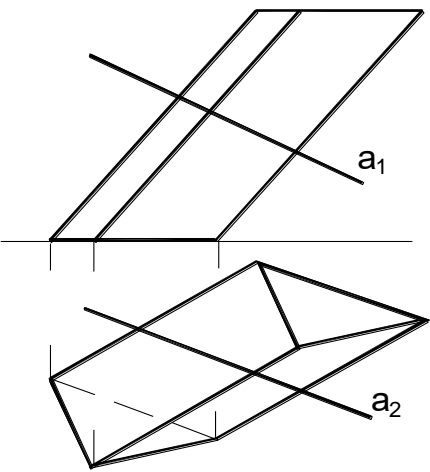
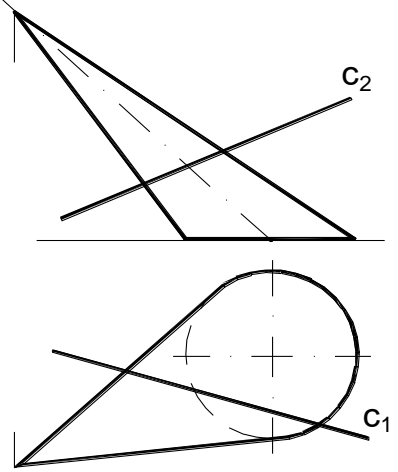
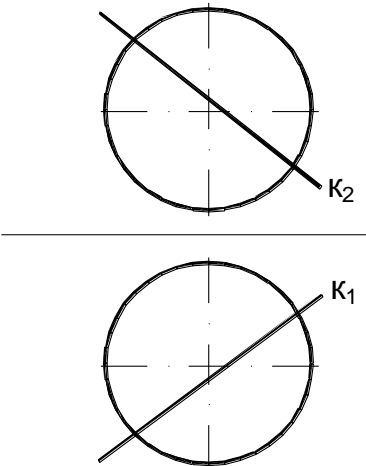
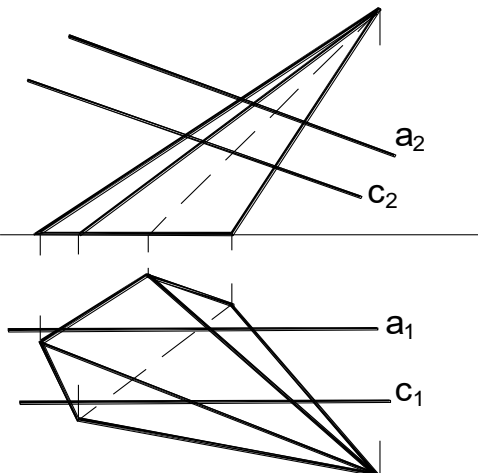
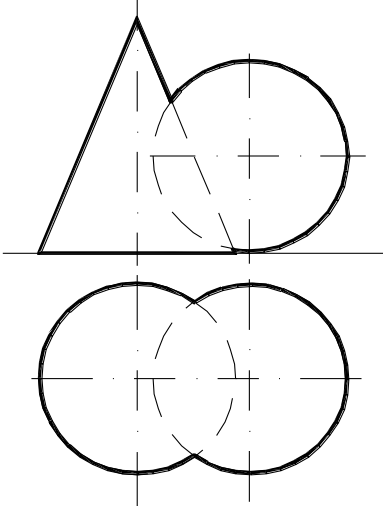
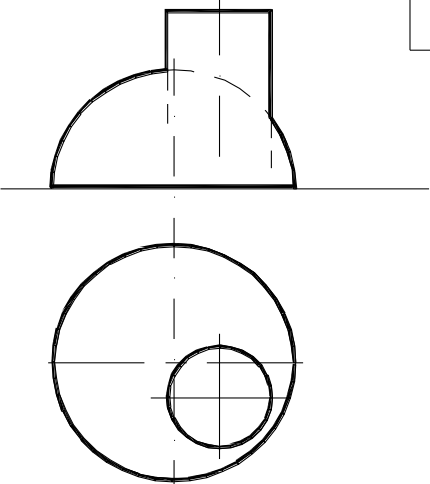
### Третий раздел

Данные для выполнения задач 8 - 13 следует брать из табл.2 независимо от варианта. Цифры, стоящие в углах, соответствуют номерам задач. Для лучшей наглядности исходные данные к этим задачам рекомендуется вычерчивать в масштабе увеличения.

8, 9, 10. Найти точки пересечения прямой общего положения с поверхностью.

11. Найти линию пересечения плоскости общего положения с поверхностью.

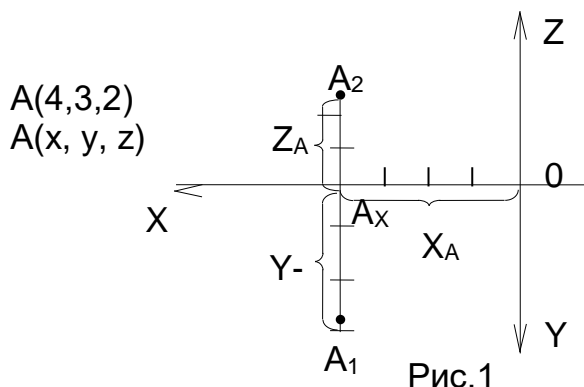
12, 13. Построить линию пересечения поверхностей.

	8		9
	10		11
	12		13

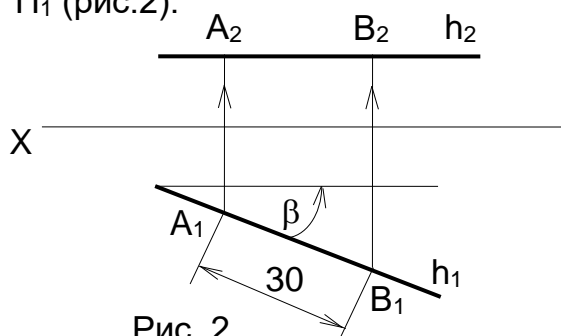
## Методические указания к выполнению контрольных работ

### Первый раздел

1. Построить точку по координатам (к задаче №1) (рис.1)



2. **Горизонталь** - это прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$  (рис.2).



$$h_2 \parallel X, h_1 \nparallel X.$$

На плоскость  $\Pi_1$  горизонтальная проекция горизонтали ( $h_1$ ) проецируется в натуральную величину (н.в.).

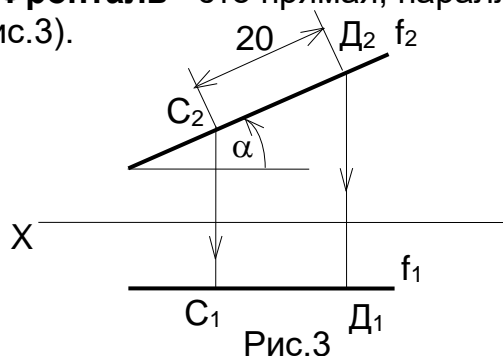
Любой отрезок, взятый на горизонтали, на  $\Pi_1$  ( $h_1$ ) спроецируется в н.в.

Например: на горизонтали отложить отрезок  $AB=30$  мм ( $A_1B_1=30$  мм  $\rightarrow A_2B_2$ ).

$\beta$  - угол наклона горизонтали к фронтальной плоскости проекции  $\Pi_2$

$$\beta = h \wedge \Pi_2; \beta_{\Pi_2} = h_1 \wedge X.$$

3. **Фронталь** - это прямая, параллельная фронтальной плоскости проекции (рис.3).



$$f_1 \parallel X, f_2 \nparallel X.$$

Любой отрезок, взятый на фронтале, спроецируется на  $\Pi_2$  в натуральную величину.

Например: на фронтале отложить отрезок  $CD=20$  мм (рис. 3).

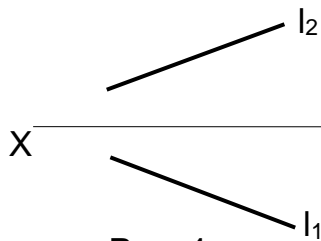
$$C_2D_2=20 \text{ мм} \rightarrow C_1D_1,$$

$\alpha$  - угол наклона фронтали к горизонтальной плоскости проекции  $\Pi_1$ ,

$$\alpha = f \wedge \Pi_1; \alpha_{\Pi_1} = f_2 \wedge X.$$

4. **Прямая общего положения** - это прямая не  $\parallel$  и не  $\perp$  ни одной из плоскостей проекции (рис. 4).

Обе её проекции расположены под произвольными углами к оси  $X$ .



Поскольку эта прямая не  $\parallel$  ни одной из плоскостей проекции, то любой отрезок, взятый на этой прямой, не спроецируется в н.в., а в задачах необходимо определять н.в. отрезка общего положения.

Рис. 4

### Определение натуральной величины (н.в.) отрезка прямой общего положения и углов наклона его к плоскостям проекций

Н.в. отрезка прямой общего положения равна гипотенузе прямоугольного треугольника, один катет которого равен длине одной из проекций этого отрезка, а другой катет (рис. 5) равен разности расстояний концевых точек другой проекции отрезка от оси  $X$  ( $\Delta Z$ ) (рис. 6).

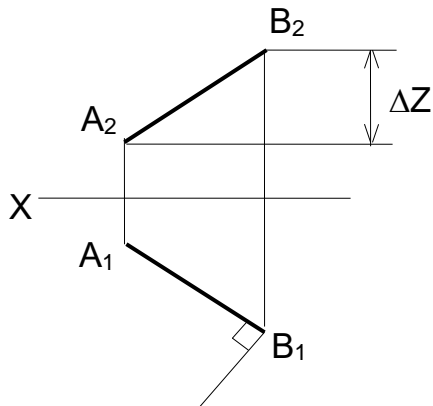


Рис.5

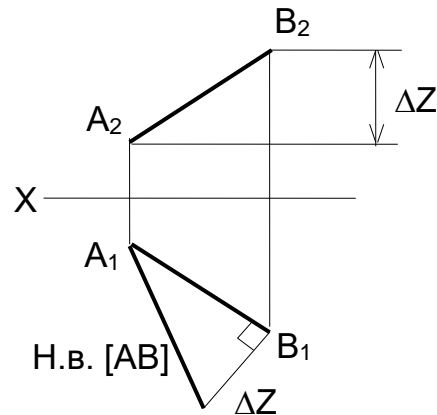


Рис.6

Угол наклона прямой общего положения к плоскости проекций равен углу между н.в. отрезка прямой и проекцией прямой на соответствующую плоскость проекций (рис. 7).

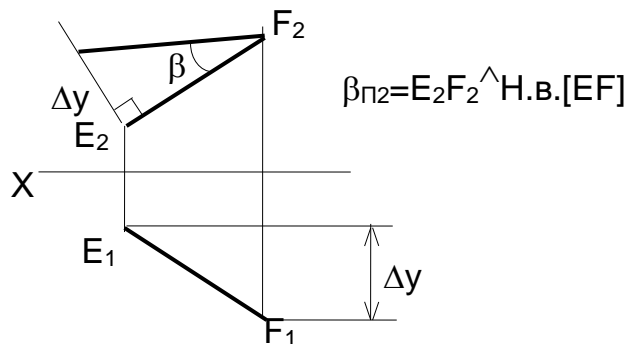
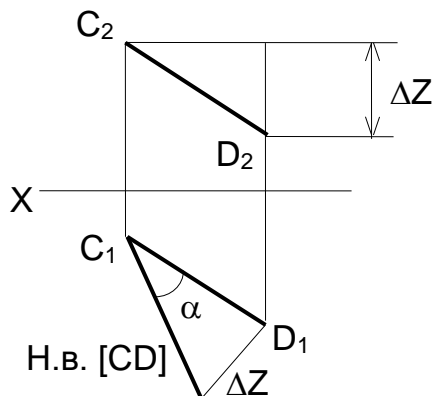


Рис. 7

### Теорема о проецировании прямого угла (к задаче №2)

При ортогональном проецировании прямой угол проецируется в прямую, если одна из его сторон параллельна плоскости проекций, а другая не перпендикулярна этой плоскости. Из теоремы следует, что одной из сторон прямого угла является линия уровня (горизонталь, фронталь) (рис.8).



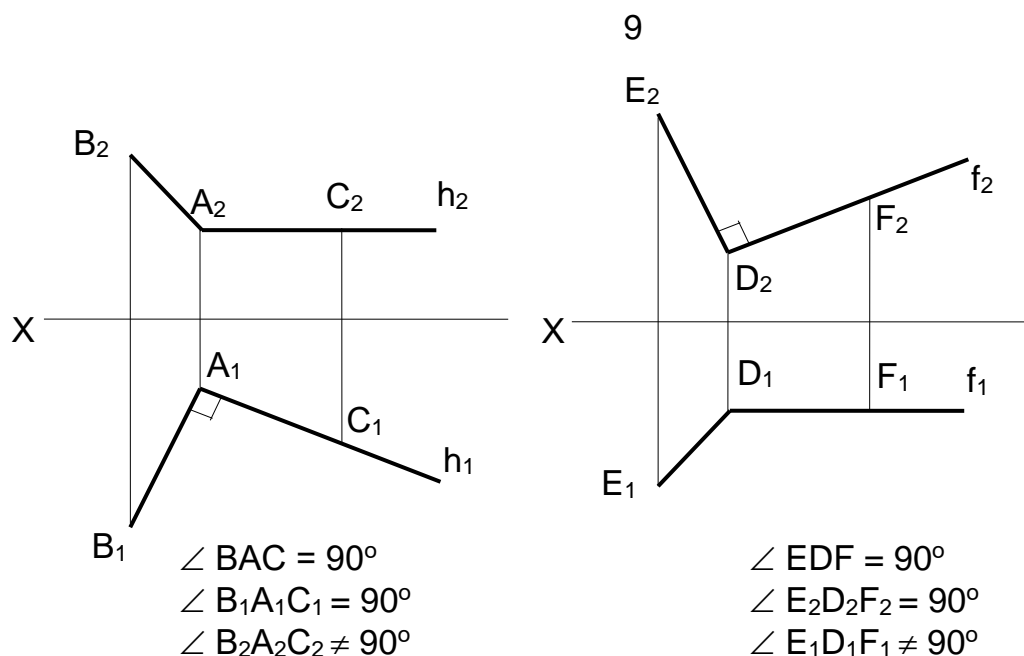


Рис. 8

Построить точку, симметричную ( $\cdot$ ) M относительно горизонтали (рис.9).

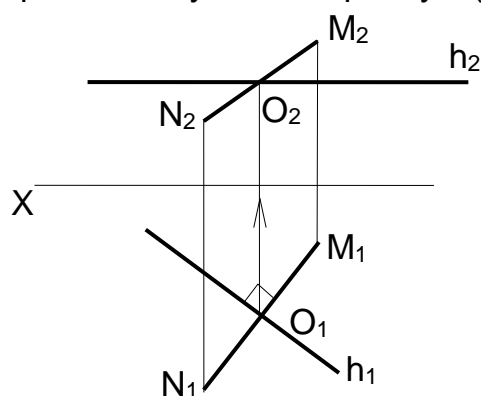


Рис. 9

Найти расстояние от точки K до фронтали (рис. 10).

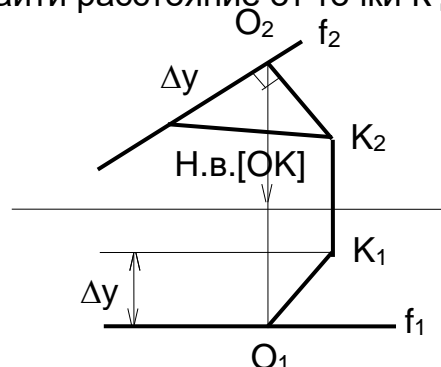


Рис. 10

### Определение точки пересечения прямой общего положения с плоскостью (к задаче №3)

План:

1. ЗаклЮчить прямую в проецирующую плоскость;
2. Найти линию пересечения двух плоскостей (заданной и проецирующей);
3. Найти точку пересечения прямой с плоскостью (общая точка построенной линии пересечения с заданной прямой есть ( $\cdot$ ) пересечения этой прямой с плоскостью).
4. Определить видимость.

Рассмотрим этапы решения этой задачи.

1. Заклчить прямую:

а) в горизонтально проецирующую плоскость (рис. 11):  $AB \subset P \perp \Pi_1$

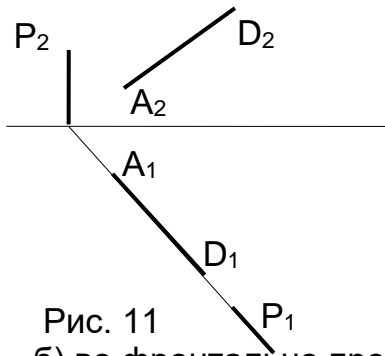


Рис. 11

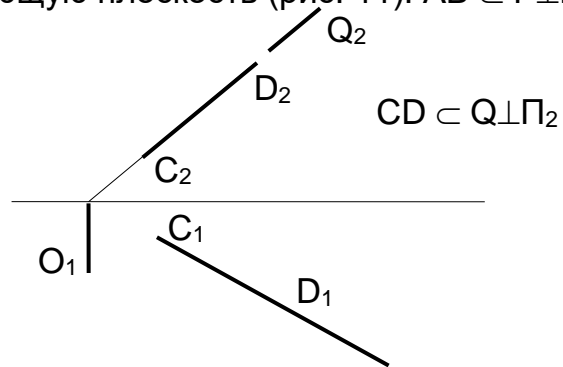


Рис. 12

б) во фронтально проецирующую плоскость (рис.12).

2. Построить линию пересечения двух плоскостей, одна из которых общего положения, а другая - проецирующая (рис.13,14).

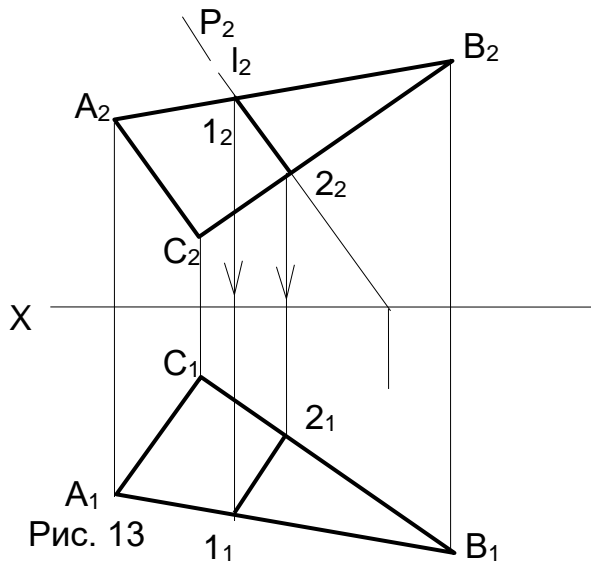


Рис. 13

$l \subset P \perp \Pi_2$   
 $ABC \cap P = 1,2(1_2 2_2 \rightarrow 1_1 2_1)$

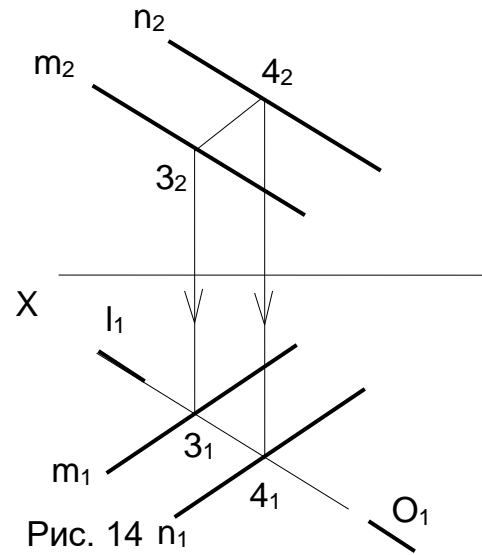


Рис. 14

$l \subset Q \perp \Pi_1$   
 $\alpha (m \parallel n) \cap Q = 3,4(3_1 4_1 \rightarrow 3_2 4_2)$

**Определение видимости. Метод конкурирующих точек**

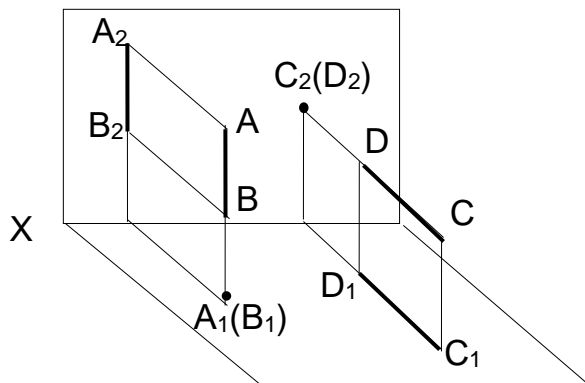


Рис. 15

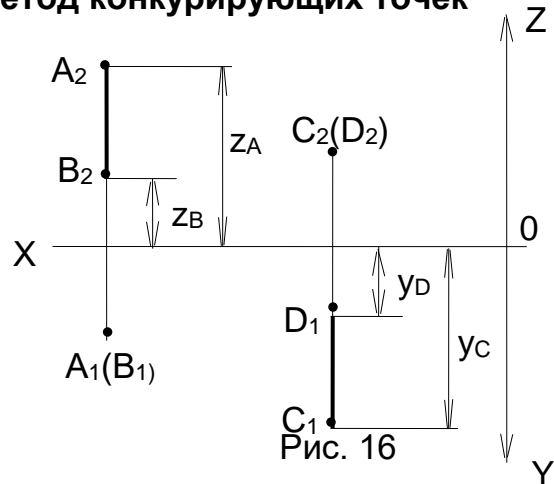


Рис. 16

**Конкурирующими** называются точки, лежащие на одном проецирующем луче (рис. 15), проекции на одной из плоскостей проекции совпадают ( $A_1 \equiv B_1$ ;  $C_2 \equiv D_2$ ), а на другой проекции они распадаются на две отдельные ( $A_2; B_2$ ), ( $C_2; D_2$ ) (рис. 16). Из двух совпавших на одной из проекций точек, принадлежащих разным геометрическим элементам, на проекции видна та, у которой другая проекция расположена дальше от оси X.

На рис. 16 видно, что

$Z_A > Z_B \rightarrow (\cdot) A_1$  на проекции видима, а  $(\cdot) B_1$  – невидима;

$y_C > y_D \rightarrow (\cdot) C_2$  на проекции видима, а  $(\cdot) D_2$  – невидима.

Если прямые не пересекаются и не параллельны между собой, то точки пересечения их одноименных проекций не лежат на одной линии связи (рис. 17).

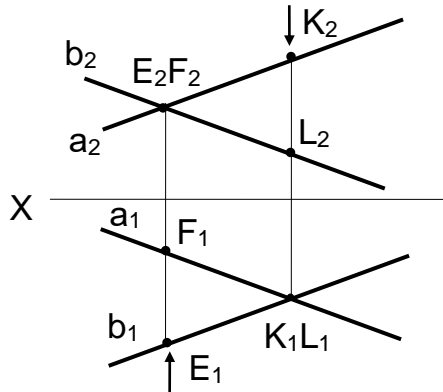


Рис. 17

Точке пересечения фронтальных проекций прямых соответствуют две точки E и F, из которых одна принадлежит прямой a, другая – прямой b. Их фронтальные проекции совпадают, т.к. в пространстве обе точки E и F находятся на общем перпендикуляре к плоскости  $\Pi_2$ . Горизонтальная проекция этого перпендикуляра, обозначенная стрелкой (рис. 17), позволяет установить, какая из двух точек ближе к зрителю.

В нашем случае – это точка E, лежащая на прямой b. Следовательно, прямая b проходит в этом месте впереди прямой a ( $y_E > y_F \rightarrow b_2$  – впереди,  $a_2$  – за ней).

Точке пересечения горизонтальных проекций соответствуют две точки K и L, расположенные на разных прямых. Фронтальная проекция дает ответ на вопрос о том, какая из двух точек выше. Как видно из чертежа точка  $K_2$  выше  $L_2$ . Следовательно, прямая a проходит выше прямой b.

Решаем задачу в целом (рис. 18).

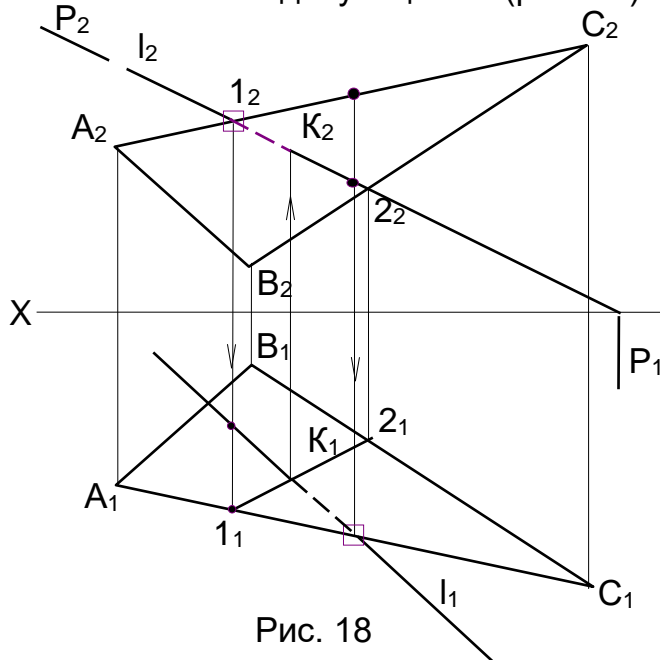


Рис. 18

1.  $l \subset P \perp \Pi_2$ ;
2.  $ABC \cap P = 1, 2 (1_2 2_2 \rightarrow 1_1 2_1)$ ;
3.  $l \cap 1, 2 = (K_1 \rightarrow K_2)$ ;
4. Определим видимость.

### Перпендикулярность прямой и плоскости (к задаче №4)

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, принадлежащим плоскости. В плоскости проводят две такие прямые (горизонталь и фронталь), к которым можно построить перпендикуляр.

### Теорема о перпендикулярности прямой и плоскости

Для того, чтобы прямая в пространстве была  $\perp$  плоскости, необходимо и достаточно, чтобы на эюре горизонтальная проекция прямой была  $\perp$  горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция - к фронтальной проекции фронтали этой плоскости.

### Определение расстояния от точки до плоскости (рис. 19)

План:

1. Из точки опустить перпендикуляр на плоскость (для этого в плоскости провести  $h, f$ );
2. Найти точку пересечения прямой с плоскостью (см. рис. 18);
3. Найти н.в. отрезка перпендикуляра (см. рис 7).

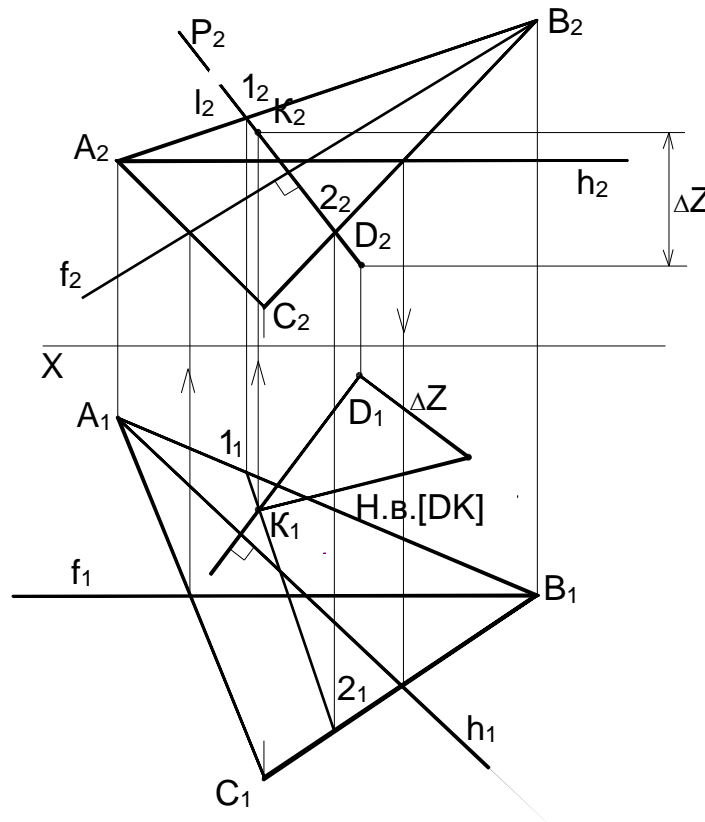


Рис.19

### Второй раздел

### Метод замены плоскостей проекций

(к задачам 5, 6, 7)

Данную геометрическую фигуру оставляют в системе плоскостей проекций неподвижной. Новые плоскости проекции устанавливают так, чтобы получаемые на них проекции обеспечивали рациональное решение рассматриваемой задачи. При этом каждая новая система плоскостей проекций должна быть системой ортогональной. После проецирования объектов на плоскости, они совмещаются в

одну посредством вращения их вокруг общих прямых (осей проекций) каждой пары взаимно перпендикулярных плоскостей.

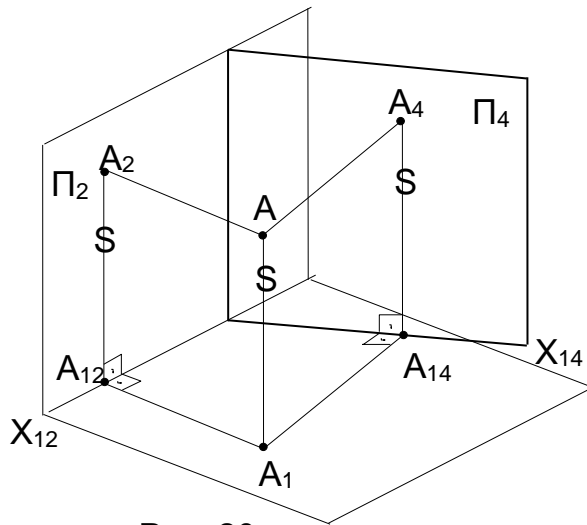


Рис. 20

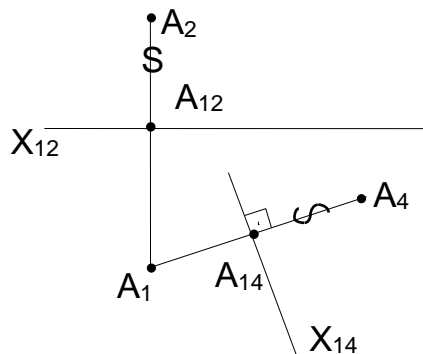


Рис. 21

Так например, пусть в системе двух плоскостей  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  задана точка  $A$ . Дополним систему еще одной плоскостью  $\Pi_4$  (рис. 20),  $\Pi_1 \perp \Pi_4$ . Она имеет общую линию  $X_{14}$  с плоскостью  $\Pi_1$ . Строим проекцию  $A_4$  на  $\Pi_4$ .

$$AA_1 = A_2A_{12} = A_4A_{14}.$$

На рис. 21, где плоскости  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$  и  $\Pi_4$  приведены в совмещение, этот факт определен результатом  $A_1A_4 \perp X_{14}$ , а  $A_{14}A_4 \perp A_2A_{12}$ .

Правило:

Расстояние новой проекции точки до новой оси проекции ( $A_4A_{14}$ ) равно расстоянию от заменяемой проекции точки до заменяемой оси ( $A_2A_{12}$ ).

Большое количество метрических задач начертательной геометрии решаются на основе следующих четырех задач:

1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня (рис.22):

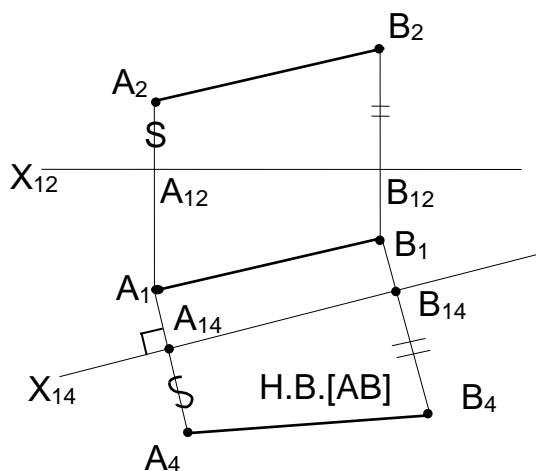


Рис. 22

а)  $\Pi_4 \parallel AB$  (ось  $X_{14} \parallel A_1B_1$ );

б)  $A_1A_4 \perp X_{14}$ ;  $B_1B_4 \perp X_{14}$ ;

в)  $A_4A_{14} = A_{12}A_2$ ;

$B_4B_{14} = B_{12}B_2$ ;

$A_4B_4$  - н.в.

2. Преобразование прямой общего положения в проецирующую (рис.23):

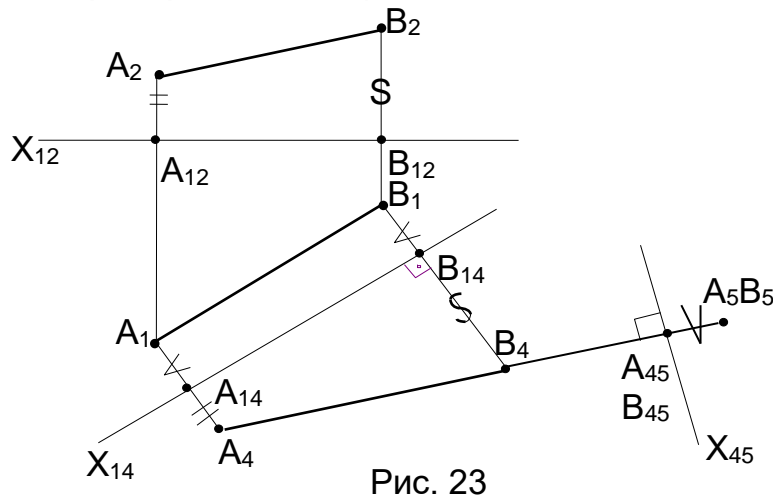


Рис. 23

- а)  $\Pi_4 \parallel AB$  ( $X_{14} \parallel A_1B_1$ );  
 $A_1A_4 \perp X_{14}$ ;  
 $B_1B_4 \perp X_{14}$ ;  
 $A_{14}A_4 = A_{12}A_2$ ;  
 $B_{14}B_4 = B_{12}B_2$ ;  
 $A_4B_4$  - н.в.;  
 б)  $\Pi_5 \perp AB$  ( $X_{45} \perp A_4B_4$ );  
 $A_4A_5 \perp X_{45}$ ;  
 $B_4B_5 \perp X_{45}$ ;  
 $A_{45}A_5 = B_{45}B_5 = A_{14}A_1 = B_{14}B_1$ ;  
 $A_5 \equiv B_5$ .

3. Преобразование плоскости общего положения в проецирующее положение (рис.24):

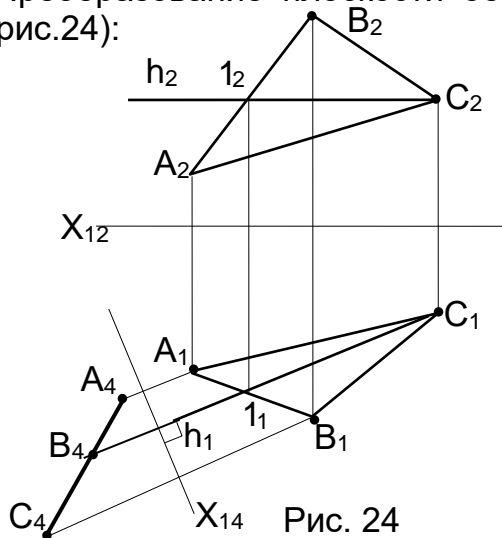


Рис. 24

Плоскость можно привести в проецирующее положение, если одну прямую плоскости сделать проецирующей. В плоскости ABC проведем горизонталь ( $h_2, h_1$ ), которую за одно преобразование можно сделать проецирующей. Проведем плоскость  $\Pi_4$  перпендикулярно горизонтали; на эту плоскость она спроецируется точкой, а плоскость треугольника - прямой линией.

4. Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня (рис.25).

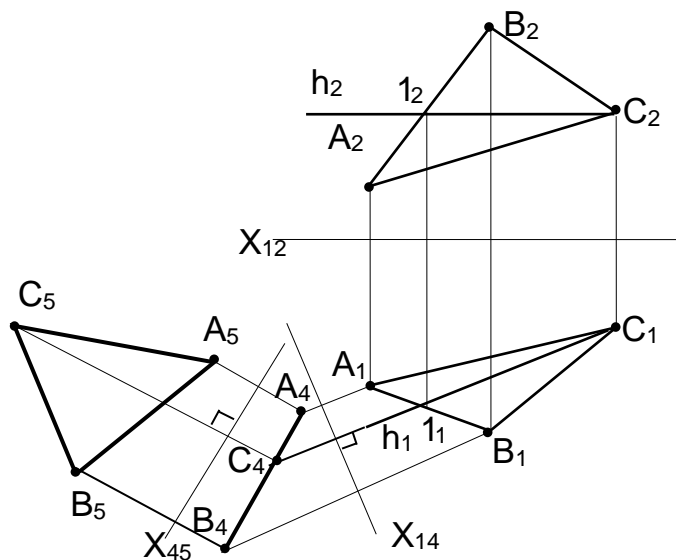
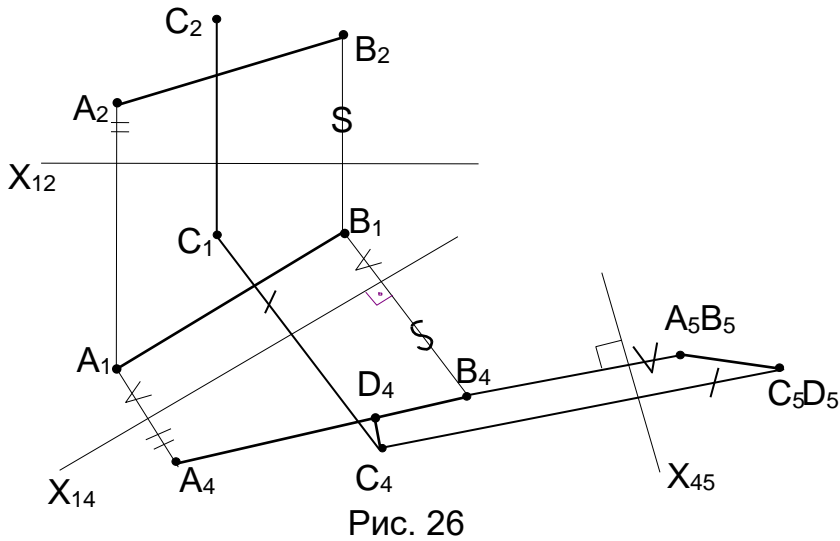


Рис. 25

Плоскость сделать плоскостью уровня с помощью двух преобразований. Вначале плоскость надо сделать проецирующей (см. рис. 25), а затем провести  $\Pi_5 \parallel A_4B_4C_4$ , получим  $A_5B_5C_5$  - н.в.

## Задача №5

Определить расстояние от точки  $C$  до прямой общего положения (рис.26).



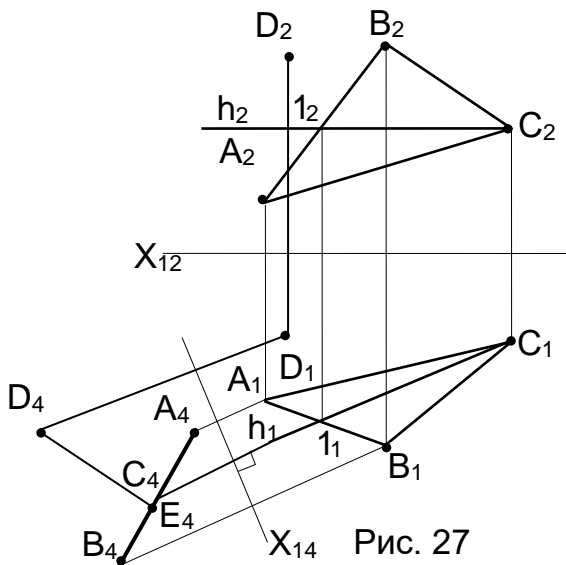
Решение сводится ко 2-й основной задаче. Тогда расстояние по эюре определяется как расстояние между двумя точками

$A_5 \equiv B_5 \equiv D_5$  и  $C_5$ .

Проекция  $C_4D_4 \parallel X_{45}$ .

## Задача №6

Определить расстояние от  $(\cdot)D$  до плоскости, заданной точками  $A, B, C$ , (рис. 27).



Задачу решают, используя 2-ю основную задачу. Расстояние  $(E_4D_4)$ , от  $(\cdot)D_4$  до прямой  $A_4C_4B_4$ , в которую спроецировалась плоскость  $ABC$ , является натуральной величиной отрезка  $ED$ .

Проекция  $D_1E_1 \parallel X_{14}$ ;

$E_2E_{X12} = E_4E_{X14}$ .

Построить самостоятельно  $D_1E_1$ .

Построить самостоятельно  $D_2E_2$ .

## Задача №7

Определить натуральную величину треугольника  $ABC$  (см. решение 4-й основной задачи) (рис.25)

## Третий раздел

### Найти точки пересечения прямой общего положения с поверхностью (задачи 8,9,10)

План:

1. Заключить прямую во вспомогательную плоскость;
2. Построить линию пересечения этой плоскости с поверхностью;
3. Точки, которые являются общими для полученной линии пересечения и исходной прямой, - искомые;
4. Определяется видимость.

#### Задача №8

Найти точки пересечения наклонной призмы с прямой (рис.28).

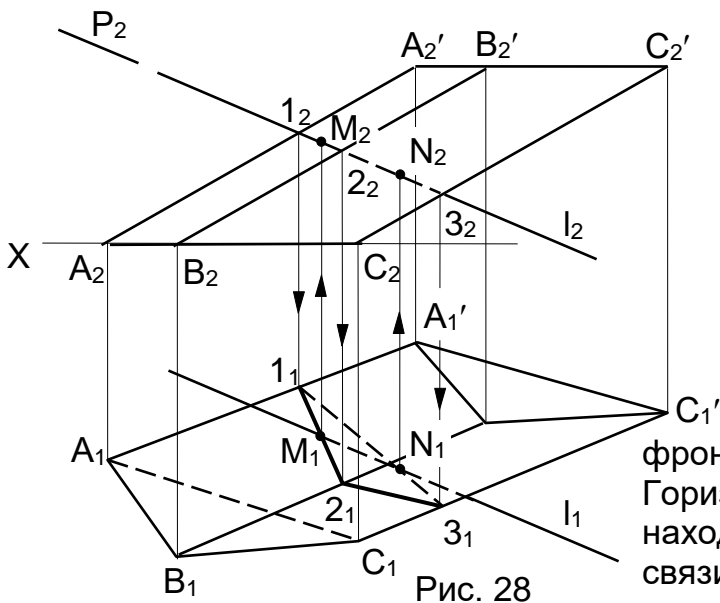


Рис. 28

1. Заключим прямую во фронтально-проецирующую плоскость  $l \in P \perp \Pi_2$ .
2. Поскольку фронтальная проекция  $P_2$  плоскости  $P$ , в которую заключена прямая  $l$ , совпадает с её фронтальной проекцией  $l_2$ , то фронтальные проекции точек пересечения ребер призмы  $A_1A_2' \cap l_2 = 1_2$ ;  $B_1B_2' \cap l_2 = 2_2$ ;  $C_1C_2' \cap l_2 = 3_2$  определяются в их пересечении с фронтальным следом плоскости  $P_2$ . Горизонтальная проекция сечения  $1_12_13_1$  находится с помощью линии связи.

3. Пересечением  $1_12_13_1$  с горизонтальной проекцией прямой  $l_1$  отмечаются точки  $M_1$  и  $N_1$  - горизонтальные проекции точки пересечения прямой с призмой, затем строятся их фронтальные проекции  $M_2, N_2$ .
4. Определяют видимость.

Проекция точки  $(\cdot)M_1$  лежит на видимой части сечения  $\rightarrow M_1$  - видима, проекция  $l_1$  до  $M_1$  - видима, между  $M_1$  и  $N_1$  - невидима. Проекция  $N_1$  лежит на невидимой части сечения  $\rightarrow N_1$  - невидима и  $l_1$  до ребра  $C_1C_1'$  - невидима.

Рассмотрим видимость точек на плоскости  $\Pi_2$ .

Так как грань  $A_2A_2'B_2B_2'$  видима  $\rightarrow (\cdot)M_2$ , принадлежащая этой грани - видима. Грань  $A_2A_2'C_2C_2'$  - невидима  $\rightarrow (\cdot)N_2$  - принадлежащая этой грани - невидима.  $l_2$  - до  $M_2$  - видима, между  $M_2$  и  $N_2$  - невидима, от  $N_2$  -  $C_2C_2'$  - невидима.



## Задача №9

Определить точки пересечения прямой с конусом  
(рис.29)

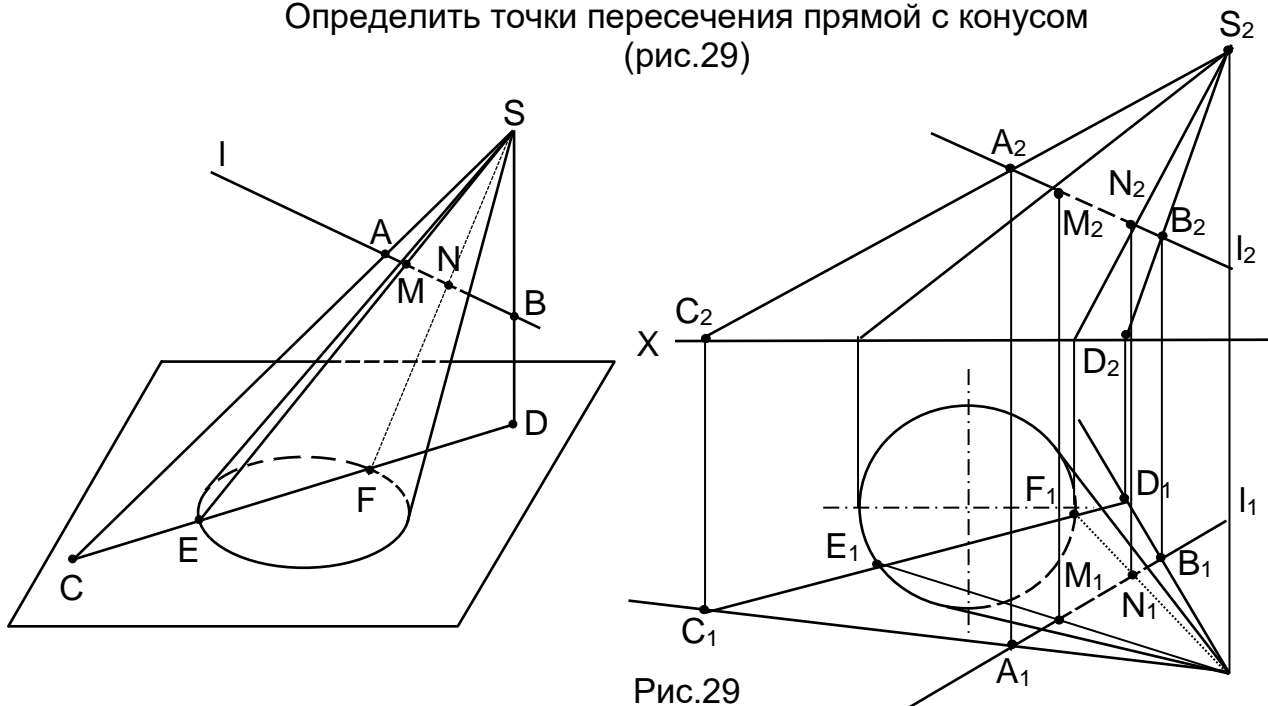


Рис.29

ЗаклЮчить прямую в плоскость, проходящую через вершину конуса. Для этого соединим две произвольные точки прямой A и B с вершиной S (рис.29).

Найти линию сечения её с плоскостью основания конуса (точки C и D), тогда в точках E и F пересечения прямой CD с окружностью основания конуса начнутся образующие SE и SF, по которым вспомогательная плоскость рассекает поверхность. Пересечение прямой AB в точках M и N с образующими SE и SF определяет точки пересечения прямой с поверхностью конуса.

## Задача №10

Найти точки пересечения со сферой (рис.30).

ЗаклЮчим прямую I во фронтально проецирующую плоскость:  $I \subset Q \perp \Pi_2$ . В сечении сферы этой плоскостью получится окружность, которая на плоскость  $\Pi_2$  проецируется в отрезок  $1_2 8_2$ , а на плоскость  $\Pi_1$  в эллипс.

Для определения точек, принадлежащих этому эллипсу, сфера и вспомогательная плоскость Q пересекаются горизонтальными плоскостями - посредниками ( $\alpha, \beta$ ). Чем больше таких плоскостей, тем точнее будут построения. Проводить их следует на участке между наивысшей (1) и наинизшей (8) точками, лежащими на главном меридиане. Эти точки называются опорными. К опорным также относятся точки 4 и 5, лежащие на экваторе.

Каждая из плоскостей - посредников рассекает сферу по окружности соответствующего радиуса  $r_\alpha, r_\beta$ . Эти окружности на плоскость  $\Pi_1$  проецируются в окружности. Горизонтальные проекции точек линии сечения ( $1_1, 2_1, 3_1, \dots, 8_1$ ) лежат на окружностях соответствующих радиусов.

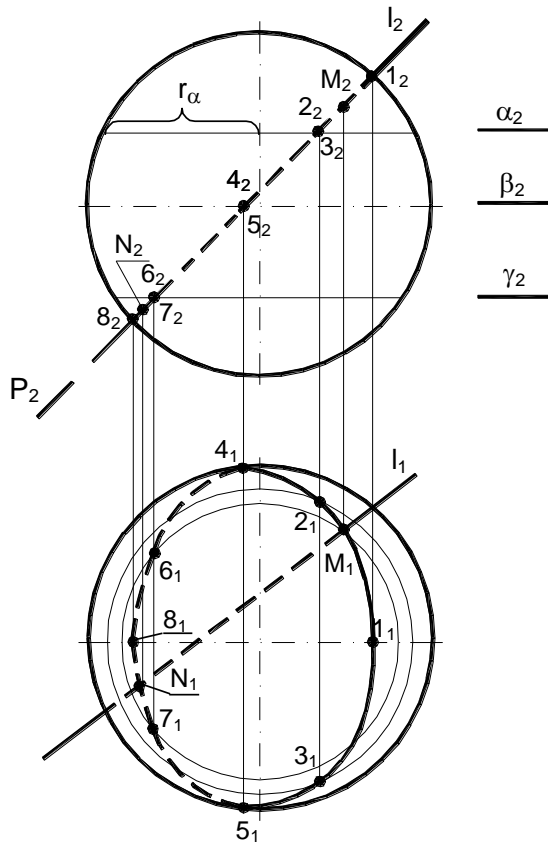


Рис.30

Соединяем их с учетом видимости. Проекция прямой  $l_1$  пересекает сечение в точках  $M_1$  и  $N_1$ . Точки  $M$  и  $N$  – искомые. Последний этап – определение видимости.

На горизонтальной проекции видны те точки ( $1_1$ ;  $2_1$ ;  $3_1$ ;  $4_1$ ;  $5_1$ ), фронтальная проекция которых расположена выше экватора, а проекции точек  $6_1$ ,  $7_1$ ,  $8_1$  – невидимы.  $M_1$  – видима,  $N_1$  – невидима.

На фронтальной проекции видны те точки, горизонтальная проекция которых расположена ниже главного меридиана:  $N_2$  – видима,  $M_2$  – невидима. Между точками пересечения прямая всегда невидима.

### Задача №11

Найти линию пересечения плоскости общего положения с пирамидой (рис.31).

План:

1. На поверхности выделить простейший линейчатый каркас;
2. Для каждой линии каркаса найти точки пересечения их с плоскостью (см. задачу №3);
3. Полученные точки соединить с учетом видимости.

Если поверхность гранная (пирамида, призма), то задача на определение линии пересечения сводится к нахождению точки пересечения ребер поверхности с секущей плоскостью. Например, найдем точку пересечения ребра  $SA$  с плоскостью  $\alpha(m||n)$ .

$$SA \subset P \perp \Pi_2; \alpha \cap P = 1,2 \quad (1_2, 2_2 \rightarrow 1_1, 2_1); AS \cap l_2 = M(M_1, M_2).$$

Аналогично находим точки пересечения ребер:

$$SB \cap \alpha = N(N_1 \rightarrow N_2)$$

$$SC \cap \alpha = L(L_1 \rightarrow L_2)$$

Соединить точки с учетом видимости  $\rightarrow \triangle MLN$ .

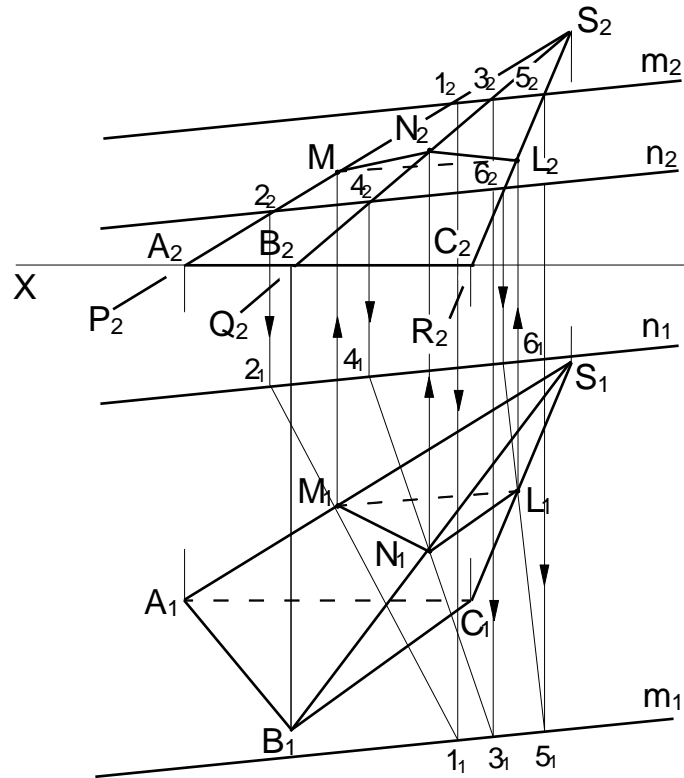


Рис. 31

### Пересечение поверхностей

Для построения линии пересечения поверхностей следует использовать вспомогательные плоскости, как правило, плоскости уровня, которые рассекают исходные поверхности по простейшим сечениям (окружности, прямые линии). Общие точки этих сечений, принадлежат линии пересечения поверхностей. Набирая достаточное количество точек, соединяют их с учетом видимости. Характерными точками сечения являются низшая и высшая точки сечения, точки смены видимости.

### Задача №12

Найти линию пересечения прямого кругового конуса со сферой (рис. 32).

Для получения опорных (низшей и высшей) точек сечения рассекаем поверхности фронтальной плоскостью уровня  $\lambda$  ( $\lambda_1$ ), проходящей через ось конуса и центр сферы. В этом случае фронтальные проекции конуса и сферы являются также фронтальными проекциями сечения конуса и сферы. Точки  $1_2$  и  $2_2$  - точки пересечения указанных сечений – фронтальные проекции искомых точек.

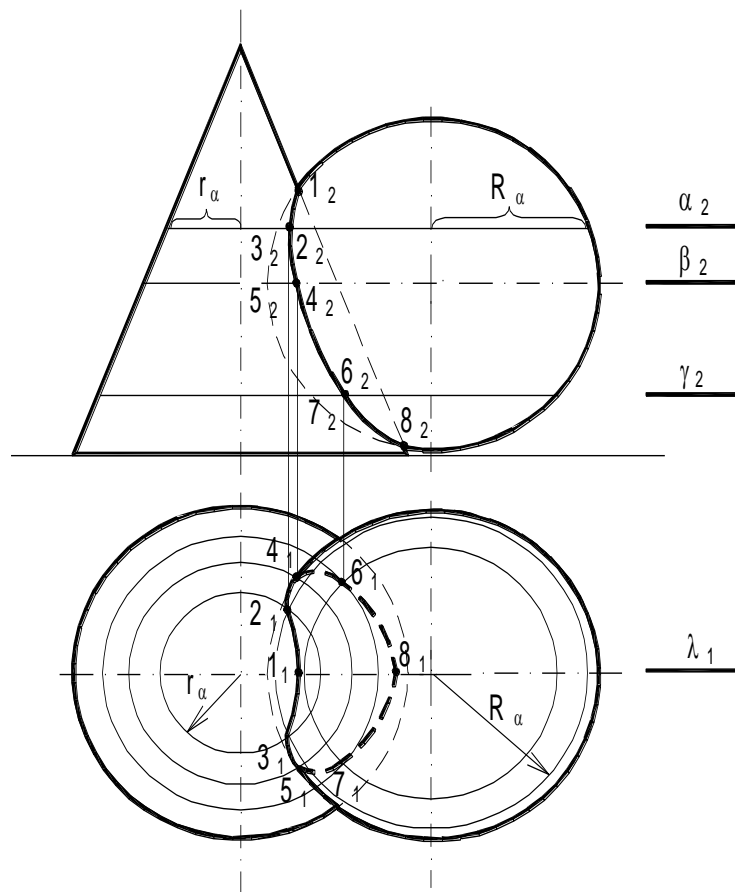


Рис. 32

Для построения остальных точек сечения используют горизонтальные плоскости - посредники  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ , причем через горизонтальную ось сферы проведение секущей плоскости обязательно.

Так, в частности, в результате пересечения поверхностей горизонтальной плоскостью  $\alpha$  ( $\alpha_2$ ) в сечении получаем окружности радиусом  $R_\alpha$  и  $r_\alpha$ , которые пересекаются на плоскости  $\Pi_1$  в точках  $3_1$  и  $4_1$ , фронтальные проекции  $3_2$ ,  $4_2$  которых лежат на проекции плоскости  $\alpha$  ( $\alpha_2$ ).

Определение видимости точек сечения.

Точки, принадлежащие линии сечения поверхностей видны, если они видны одновременно на двух поверхностях.

На горизонтальной проекции конуса все точки видны. На горизонтальной проекции сферы видны те точки, которые на фронтальной проекции сферы лежат в верхнем полушарии сферы. Для получения точек смены видимости (5,6) рассекаем поверхности, плоскостью  $\beta$  ( $\beta_2$ ), проходящей через экватор сферы, получаем проекции  $5_1 6_1 \rightarrow 5_2 6_2$ ; проекции точек  $1_1$ ,  $3_1$ ,  $4_1$ ,  $5_1$ ,  $6_1$  - видны, проекции точек  $7_1$ ,  $8_1$ ,  $9_1$ ,  $10_1$  - невидимы. Для получения линии сечения соединяем их с учетом видимости.

Задачу №13 на построение линии пересечения поверхностей решить аналогичным методом самостоятельно. В качестве секущих плоскостей рекомендуется использовать фронтальные плоскости - посредники.